Statistica & Applicazioni
Vol. III, n. speciale 1, 2005
pp. 13-20

Restricted Co-Inertia Analysis: Uno strumento statistico per la valutazione della Patient Satisfaction

Pietro Amenta[§]

Enrico Ciavolino[‡]

Summary: *Aim of this paper is to show a statistical methodology which takes into account external information (linear constraints on the variables coefficients) available during a customer satisfaction analysis. This methodology which is called Restricted Co-Inertia Analysis (Amenta and Ciavolino, 2005a) incorporates the external information by rewriting the objective function of the Co-Inertia Analysis (Chessel and Mercier, 1993) according to the Restricted Eigenvalue Problem (Rao, 1973), in order to integrate the interpretation of the analysis results.*

Keywords: *Customer Satisfaction, External information, Co-Inertia Analysis, Restricted Co-Inertia Analysis, Restricted Eigenvalue Problem.*

1. Introduzione

La conoscenza della *customer satisfaction* (CS) rappresenta un vantaggio per le aziende che operano in un mercato competitivo, dove la capacità di ascolto e di massimizzazione della soddisfazione dei clienti può rappresentare una leva di successo, nonché il modo per guidare l'azienda verso un sistema di eccellenza organizzativa. L'orientamento alla CS, definito in sanità come *patient satisfaction*, si presenta abbastanza complesso a causa dell'elevato carattere tecnico-specialistico che caratterizza la prestazione del servizio. Quindi, per una maggiore e più completa visione della valutazione e della natura della soddisfazione dei pazienti, si ritiene

[§] Dipartimento di Analisi dei Sistemi Economici e Sociali – Università degli Studi del Sannio – via delle Puglie, 82, 82100 BENEVENTO (e-mail: amenta@unisannio.it).
[‡] Dipartimento di Filosofia e Scienze Sociali – Università degli Studi di Lecce – via Stampacchia, 1, 73100 LECCE (e-mail: ciavolin@unina.it).

opportuno separare il giudizio espresso, differenziando *gli aspetti tangibili* (ad esempio la possibilità di parcheggio, il numero di posti letto, ecc.), *dagli aspetti intangibili* (disponibilità del personale, capacità di rassicurazione, ecc.), considerando questo tipo di valutazione a priori come una preziosa *informazione esterna*, che può essere inserita nell'analisi con lo scopo di integrare l'interpretazione dei risultati. Obiettivo del lavoro è quello di studiare i legami che intercorrono tra la soddisfazione complessiva espressa su diversi aspetti di un servizio sanitario (sull'ospedale, sul personale medico, sul personale infermieristico e sulla struttura) e i giudizi sui singoli aspetti del servizio. La metodologia proposta per lo studio delle relazioni tra la soddisfazione dei pazienti rilevata sui singoli aspetti e la soddisfazione espressa con giudizi complessivi, va sotto il nome di *Restricted Co-Inertia Analysis* (RCoIA). Questa metodologia statistica è basata su una funzione obiettivo capace di prendere in considerazione direttamente le informazioni esterne, sotto forma di vincoli lineari, come ad esempio la distinzione tra gli aspetti tangibili e gli aspetti intangibili del servizio offerto.

In letteratura sono state proposte diverse tecniche per incorporare le informazione esterne (es. Takane e Shibayama, 1991, Martens *et al.*, 2005) e in questo ambito RCoIA si inquadra nel filone nelle tecniche "kernel space" riformulando la funzione obiettivo della Co-Inertia Analysis (CoIA) secondo i principi del *Restricted Eigenvalue Problem* (Rao, 1973).

2. Restricted Co-Inertia Analysis

La tripletta ($\mathbf{X}$, $\mathbf{Q_X}$, $\mathbf{D}$) associata alla matrice $\mathbf{X}$ rappresenta la rilevazione di un set p di variabili quantitative o qualitative effettuata su n unità statistiche. $\mathbf{Q_X}$ è la matrice $(p \times p)$ della metrica in $\Re_p$ e $\mathbf{D}$ la matrice diagonale dei pesi di ordine n nello spazio vettoriale $\Re_n$. Inoltre è definita la tripletta ($\mathbf{Y}$, $\mathbf{Q_Y}$, $\mathbf{D}$) associata alla matrice $\mathbf{Y}$ che rileva q variabili quantitative o qualitative sulle stesse n unità statistiche. $\mathbf{Q_Y}$ è la matrice $(q \times q)$ della metrica in $\Re_q$. Si assume che le variabili siano centrate rispetto la metrica $\mathbf{D}$. Come definito, le triplette statistiche ($\mathbf{X}$, $\mathbf{Q_X}$, $\mathbf{D}$) e ($\mathbf{Y}$, $\mathbf{Q_Y}$, $\mathbf{D}$) sono caratterizzate dalle stesse unità, sulle quali sono osservati due set di variabili differenti, di conseguenza le unità statistiche appartengono a due differenti spazi. Per studiare la struttura geometrica di entrambe le nubi dei punti (co-struttura) Chessel e Mercier (1993) hanno proposto la *Co-Inertia Analysis* (CoIA) che si basa sul principio di massimizzazione del quadrato della covarianza tra le proiezioni di $\mathbf{X}$ su $\mathbf{w}_k$ ($\boldsymbol{\psi}_k$=$\mathbf{XQ_Xw}_k$) e di $\mathbf{Y}$ su $\mathbf{c}_j$ ($\boldsymbol{\varphi}_j$=$\mathbf{YQ_Yc}_j$), dove $\mathbf{w}_k$ e $\mathbf{c}_j$ rappresentano rispettivamente i vettori dei coefficienti di $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$. Rispettando i vincoli $\|\mathbf{w}_k\|^2_{\mathbf{Q_X}} = \mathbf{w}_k^T\mathbf{Q_X}\mathbf{w}_k = 1$ e

$\left\|\mathbf{c}_j\right\|_{\mathbf{Q_Y}}^2 = \mathbf{c}_j^T \mathbf{Q_Y} \mathbf{c}_j = 1$, la CoIA massimizza, rispetto a $\mathbf{w}_k$ e $\mathbf{c}_j$, la seguente quantità:

$$\text{cov}^2(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\varphi}_j) = \text{corr}^2(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\varphi}_j)\ \text{var}(\boldsymbol{\psi}_k)\ \text{var}(\boldsymbol{\varphi}_j) \qquad (1)$$

La tecnica consente di individuare uno spazio comune di dimensione al massimo $\min(p, q)$ dove rappresentare le variabili di entrambe le matrici, nonché le unità statistiche, riuscendo a riprodurre contemporaneamente sia il legame tra la **X** e la **Y** che le loro singole strutture. La tecnica RCoIA (Amenta e Ciavolino, 2005a) considera le informazioni esterne (sotto forma di vincoli lineari) riformulando la funzione obiettivo della CoIA secondo il principio del *Restricted Eigenvalue Problem*:

$$\begin{cases} \max\limits_{\mathbf{w}_s, \mathbf{c}_s} Cov^2(\mathbf{X}\mathbf{Q_X}\mathbf{w}_s, \mathbf{Y}\mathbf{Q_Y}\mathbf{c}_s) \\ \left\|\mathbf{w}_s\right\|_{\mathbf{Q_X}}^2 = 1 \\ \left\|\mathbf{c}_s\right\|_{\mathbf{Q_Y}}^2 = 1 \\ \mathbf{H}^T\mathbf{w}_s = \mathbf{0} \end{cases} \qquad (2)$$

con s=[1, …, min(p, q)] e dove $\mathbf{H}^T\mathbf{w}_s$=0 rappresenta il criterio dei vincoli, mentre **H** è la matrice di dimensioni $(p \times l)$ con l<p delle informazioni esterne. Le soluzioni del sistema sono calcolate mediante il metodo del moltiplicatore di Lagrange. Il sistema (2) può essere, quindi, riscritto come:

$$L = (\mathbf{w}_s^T \mathbf{Q_X} \mathbf{X}^T \mathbf{D} \mathbf{Y} \mathbf{Q_Y} \mathbf{c}_s)^2 - \lambda(\mathbf{w}_s^T \mathbf{Q_X} \mathbf{w}_s - 1) - \mu(\mathbf{c}_s^T \mathbf{Q_Y} \mathbf{c}_s - 1) - \mathbf{w}_s^T \mathbf{H} \gamma \qquad (3)$$

dove λ, μ, γ, sono i moltiplicatori di Lagrange associati ai vincoli. Differenziando la (3) rispetto a $\mathbf{w}_s$ e $\mathbf{c}_s$ ed uguagliando a zero, si perviene al seguente eigen-system:

$$\left\{ \mathbf{Q}_\mathbf{Y}^{1/2} \mathbf{Y}^\mathbf{T} \mathbf{D} \mathbf{X} \left[\mathbf{Q_X} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^\mathbf{T} \mathbf{Q}_\mathbf{X}^{-1} \mathbf{H})^{-} \mathbf{H}^\mathbf{T} \right] \mathbf{X}^\mathbf{T} \mathbf{D} \mathbf{Y} \mathbf{Q}_\mathbf{Y}^{1/2} \right\} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v} . \qquad (4)$$

Definendo le due matrici $\Lambda_z = diag(\lambda_1, ..., \lambda_z)$ e $\mathbf{V}_z$, rispettivamente come la matrice diagonale degli autovalori e la matrice dei primi z autovettori normalizzati associati all'eigen-system (4), è possibile determinare i primi z assi $\mathbf{c}_z$ in $\Re^q$ e $\mathbf{w}_z$ in $\Re^p$ della RCoIA secondo le seguenti equazioni:

- $\mathbf{C}_z = \mathbf{Q}_\mathbf{Y}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{V}_z\,,\ \mathbf{C}_z^T\mathbf{Q}_\mathbf{Y}\mathbf{C}_z = \mathbf{I}_z$ (5)
- $\mathbf{W}_z = (\mathbf{I}_p - \mathbf{P}_{\mathbf{H}/\mathbf{Q}_\mathbf{X}^{-1}}^T)\mathbf{X}^T\mathbf{D}\mathbf{Y}\mathbf{Q}_\mathbf{Y}\mathbf{C}_z\mathbf{\Lambda}^{-\frac{1}{2}}\,,\ \mathbf{W}_z^T\mathbf{Q}_\mathbf{X}\mathbf{W}_z = \mathbf{I}_z$ (6)

con $\mathbf{P}_{\mathbf{H}/\mathbf{Q}_\mathbf{X}^{-1}}$ operatore di proiezione obliquo rispetto al sottospazio originato dalle colonne della matrice **H** lungo lo spazio nullo della matrice $\mathbf{H}^T\mathbf{Q}_\mathbf{X}^{-1}$.

Le coordinate delle unità statistiche delle matrici **X** e **Y** sono date rispettivamente dalle relazioni $\mathbf{T}_z^{(\mathbf{X})} = \mathbf{X}\mathbf{Q}_\mathbf{X}\mathbf{W}_z$ e $\mathbf{T}_z^{(\mathbf{Y})} = \mathbf{Y}\mathbf{Q}_\mathbf{Y}\mathbf{C}_z$ mentre le coordinate delle variabili sono date da:

$$\xi_z^\mathbf{X} = \lambda_z^{-\frac{1}{2}}\hat{\mathbf{Q}}_\mathbf{X}^{\frac{1}{2}}\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{D}\mathbf{Y}\mathbf{Q}_\mathbf{Y}^{\frac{1}{2}}\mathbf{v}_z\ \ \xi_z^\mathbf{Y} = \lambda_z^{\frac{1}{2}}\left(1/\left\|\lambda_z^{\frac{1}{2}}\mathbf{Q}_\mathbf{Y}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{v}_z\right\|^2\right)\mathbf{Q}_\mathbf{Y}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{v}_z \qquad (7)$$

tali che $\left\langle \xi_z^\mathbf{X}, \xi_{z'}^\mathbf{X} \right\rangle = \delta_{z,z'}$ e $\left\langle \xi_z^\mathbf{Y}, \xi_{z'}^\mathbf{Y} \right\rangle_{\mathbf{Q}_\mathbf{Y}} = \delta_{z,z'}$ con [z, z'= 1,…, min(p,q)] e $\hat{\mathbf{Q}}_\mathbf{X} = \mathbf{Q}_\mathbf{X} - \mathbf{H}\left(\mathbf{H}^T\mathbf{Q}_\mathbf{X}^{-1}\mathbf{H}\right)^{-}\mathbf{H}^T$. Come per la CoIA si può dimostrare che le coordinate delle unità sono ortogonali a coppia rispetto ai due spazi generati dalle due matrici, cioè $\mathbf{T}_s^{(\mathbf{X})^T}\mathbf{T}_{s'}^{(\mathbf{Y})} = 0$, $\mathbf{T}_s^{(\mathbf{X})^T}\mathbf{T}_{s'}^{(\mathbf{X})} \neq 0$ e $\mathbf{T}_s^{(\mathbf{Y})^T}\mathbf{T}_{s'}^{(\mathbf{Y})} \neq 0$ con s, s'= 1,…, $z \leq$ min(p,q). È possibile, inoltre, dimostrare geometricamente che l'asse di Co-Inertia "restricted" corrisponde alla proiezione $\mathbf{Q}_\mathbf{X}^{-1}$ ortogonale dell'analogo asse "unrestricted" sullo spazio nullo della matrice $\mathbf{H}^T$. Nel caso in cui le metriche siano unitarie, cioè $\mathbf{Q}_\mathbf{X}$=$\mathbf{I}_p$ e $\mathbf{Q}_\mathbf{Y}$=$\mathbf{I}_q$, allora l'eigen-system (4) può essere riscritto in una forma più essenziale:

$$\mathbf{Y}^\mathbf{T}\mathbf{D}\mathbf{X}\mathbf{P}_\mathbf{H}^\perp\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{D}\mathbf{Y}\mathbf{v}_s = \lambda\mathbf{v}_s \qquad (8)$$

in cui è evidente come le soluzioni $\mathbf{v}_s$ coincidono con quelle della CoIA "unrestricted" delle matrici **Y** e $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}\mathbf{P}_\mathbf{H}^\perp$ successiva ad una decomposizione preliminare della matrice **X** secondo Takane e Shibayama (1991). Infatti $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}\mathbf{P}_\mathbf{H}^\perp$ coincide, in assenza di informazione esterne sulle righe della matrice **X**, con la seconda componente della decomposizione $\mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{P}_\mathbf{H} + \mathbf{X}\mathbf{P}_\mathbf{H}^\perp$ con un preciso significato statistico: indica la parte che non tiene conto delle informazioni esterne. Inoltre, a ben vedere, la soluzione $\mathbf{v}_1$ coincide con la corrispondente soluzione del Partial Least Squares applicato alle matrici **Y** e $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}\mathbf{P}_\mathbf{H}^\perp$ (Amenta e Ciavolino, 2005b).

RCoIA costituisce una ottima metodologia per il raggiungimento di una rappresentazione unificata di molte tecniche statistiche presenti in letteratura che includono le informazioni esterne così come, al contempo, consente di formulare la versione "restricted" di quelle ancora non proposte. La metodologia può essere vista quindi come un possibile *framework* mediante l'utilizzo di differenti codifiche delle matrici **X** e **Y**, con opportune metriche $\mathbf{Q_X}$ e $\mathbf{Q_Y}$, e scegliendo di includere le informazioni esterne solo con la matrice **H** dei vincoli lineari sui coefficienti. Di seguito (Tabella 1) si riporta un prospetto tabella riassuntivo e parziale di alcuni metodi noti in letteratura che mostra come l'RCoIA può rappresentare un framework di modelli (con $1_n^T = [1,...,1]$ e $\mathbf{P}_n^{\perp} = (\mathbf{I} - n^{-1}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T)$).

Tabella 1. *Lista non esaustiva di metodi che ricadono come casi particolari della Restricted Co-Inertia Analysis* (** indica matrice disgiuntiva completa*)

X	Y	$\mathbf{Q_X}$	$\mathbf{Q_Y}$	Metodo
$\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$	$\mathbf{y}$	$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$	--	*Multiple Regression Analysis with Linear Constraints*
$\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$	$\mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T\mathbf{Y})^{-1}$	$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$	$\mathbf{Y}^T\mathbf{Y}$	*Canonical Correlation Analysis with Linear Constraints*
$\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ (*)	$\mathbf{Y}(\mathbf{Y}^T\mathbf{Y})^{-1}$ (*)	$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ (*)	$\mathbf{Y}^T\mathbf{Y}$ (*)	*Canonical Analysis of Contingency Tables with Linear Constraints*
$\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$	$\mathbf{Y}$	$\mathbf{X}^T\mathbf{X}$	$\mathbf{I}_q$	*Constrained Principal Component Analysis with external information*
$nP_n^{\perp}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}$ (*)	$P_n^{\perp}\mathbf{Y}$ (*)	$(\mathbf{X}^T\mathbf{X})n^{-1}$ (*)	$\mathbf{I}_q$	*Non Symmetric Correspondence Analysis with Linear Constraints*

3. Caso Studio: La Patient Satisfaction

L'indagine è stata effettuata presso una struttura ospedaliera di Napoli mediante la somministrazione di questionari tesi a valutare, su una scala a 5 modalità di gradimento (1=min soddisfazione; 5=max soddisfazione), due tipi di giudizi: la soddisfazione su singoli aspetti del servizio ospedaliero erogato, mediante una batteria di 15 domande (organizzate nelle 5 dimensioni come nel modello Servqual (Parasuraman *et al*., 1985)); la soddisfazione complessiva su quattro aspetti rilevanti della gestione ospedaliera, quali la valutazione espressa sull'ospedale (*Osp_GC*), sul personale medico (*PM_GC*), sul personale infermieristico (*PI_GC*) e sulla struttura (*Str_GC*). Obiettivo dell'analisi è lo studio delle relazioni tra le quattro variabili di soddisfazione complessiva (matrice **X**) e le variabili di percezione sui singoli aspetti (matrice **Y**), studiando inoltre come variano le relazioni quando si considerano le informazioni esterne mediante la matrice **H** dei vincoli lineari.

Viene sviluppata quindi la CoIA per lo studio delle relazioni tra i due data set. Tale tecnica ricerca le variabili latenti tali da rappresentare lo spazio generato da entrambe le matrici, in modo da massimizzare la covarianza tra la soddisfazione complessiva e quella espressa sui singoli aspetti. Si ottiene la Figura 1.a dei giudizi complessivi che mostra come le variabili Ospedale (*Osp_GC*) e Personale Infermieristico (*PI_GC*) sono fortemente correlate e spiegano il primo asse; il secondo asse è invece influenzato dal giudizio sulle Strutture Fisiche (*Str_GC*), mentre la valutazione sul Personale Medico (*PM_GC*) non è significativa (mal rappresentato). La valutazione sui singoli aspetti (Figura 1.b) è quasi interamente sintetizzata dal primo asse, che può essere definito come l'asse della soddisfazione, dove a destra si posizionano i più soddisfatti e a sinistra i meno soddisfatti. Sul secondo asse si contrappongono la valutazione sulle strutture fisiche (*Per 2*) e variabili che misurano la soddisfazione sull'aspetto empatico (*Per 14*, *Per 15*).

a) Giudizi complessivi *b) Soddisfazione sui singoli aspetti*

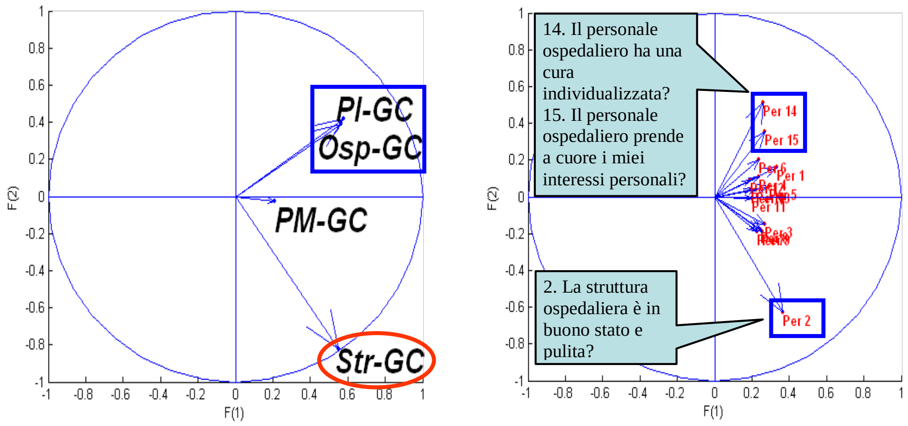

Figura 1. *Co-Inertia Analysis*

L'interpretazione della relazione tra le valutazioni complessive e quelle sui singoli aspetti può essere integrata mediante introduzione delle informazioni esterne sui coefficienti della matrice **X**. Le informazioni a priori fanno riferimento alla distinzione tra gli aspetti tangibili, cioè le Strutture Fisiche (*Str_GC*), e gli aspetti intangibili, quali il Personale Medico (*PM_GC*), il Personale Infermieristico (*PI_GC*) e la valutazione sull'Ospedale (*Osp_GC*), nonché dai risultati dell'analisi di Co-Inertia, che evidenziano l'impossibilità di interpretare la variabile (*PM_GC*), perché mal rappresentata. I vincoli lineari che introducono le informazioni esterne sono espresse dalla matrice **H** riportata nella tabella 2:

Tabella 2. *Matrice* **H** *dei Vincoli*

Variabili	*Osp_GC*	*PM_GC*	*PI_GC*	*Str_GC*
Vincoli	1	0	1	-2

I vincoli cosi imposti confrontano l'effetto della valutazione dell'ospedale e degli infermieri con l'effetto dato dalla valutazione sulla struttura fisica, separando in questo modo le prestazioni tangibili da quelle intangibili. I risultati della RCoIA mostrano nel piano dei giudizi complessivi (Figura 2.a) che le valutazioni sull'ospedale (*Osp_GC*) e sulle strutture fisiche (*Str_GC*) adesso risultano correlate, mentre le valutazioni sul personale infermieristico (*PI_GC*) non sono più correlate alla valutazione sull'ospedale, ed il secondo asse risulta influenzato dal personale medico (*PM_GC*).

Il piano delle valutazioni sui singoli aspetti (Figura 2.b) risulta cambiato, infatti le variabili riferite alla struttura fisica (*Per 1*, *Per 2*) risultano adesso influenzare il primo asse, mentre la valutazione rispetto alla capacità di rassicurazione (*Per 10*, *Per 11*, *Per 12*, *Per 13*) sono legate al secondo asse e quindi al Personale Medico (*PM_GC*), come d'altronde (*Per 9*, *Per 14*) risultano legati sia al personale infermieristico che al legame empatico.

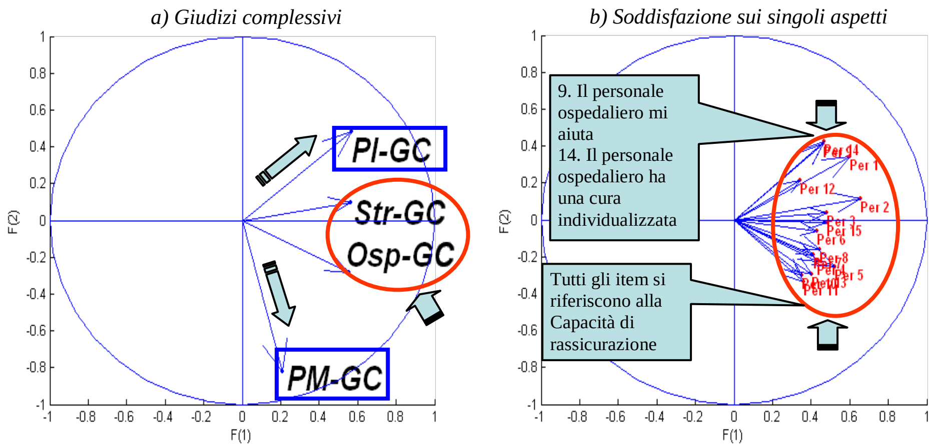

Figura 2. *Restricted Co-Inertia Analysis*

4. Conclusioni

L'applicazione ha evidenziato come l'inclusione di informazioni esterne, note a priori o nate durante lo studio del fenomeno, può supportare se non migliorare l'interpretazione dei risultati. Il metodo utilizzato rappresenta un modo alternativo per integrare tali informazioni nell'analisi della Co-Inertia, ma oltre che nel caso studio presentato, può essere utilizzato per prendere in considerazione le dimensioni della qualità proposte nel modello ServQual, oppure nelle applicazioni in ambito ambientale o chemiometrico come anche in altri contesti, dato il forte legame tra la CoIA ed altri metodi fattoriali (Amenta e Ciavolino, 2005a, 2005b) come ad esempio il PLS.

Altro aspetto molto interessante è rappresentato dal fatto che il metodo RCoIA può avere una valenza generale dal punto di vista metodologico, in quanto può essere utilizzato, come framework, anche per la generazione di versioni restricted non ancora proposte in letteratura di molte tecniche note.

Ringraziamenti

Lavoro svolto con il contributo di COFIN 2004 (Prof. P. Amenta).

Riferimenti Bibliografici

Amenta P., Ciavolino E. (2005a). Restricted Co-Inertia Analysis. *In atti del convegno 29th Annual Conference of the German Classification Society* (GFKL 2005), Magdeburgo, Germania.

Amenta P., Ciavolino E. (2005b). Single Restricted Co-Inertia-PLS Analysis. *Submitted*.

Amenta P., D'Ambra L. (1996). L'Analisi in Componenti Principali in rapporto ad un sottospazio di riferimento con informazioni esterne. *Quaderni di Statistica del Dipartimento di Metodi Quantitativi e Teoria Economica*, Università "G. D'Annunzio" di Pescara, n. 18.

Beh J. E., D'Ambra L. (2005). Some interpretative tools for nominal and ordinal non symmetric correspondence analysis. *Submitted*.

Böckenholt U., Böckenholt I. (1990). Canonical analysis of contingency tables with linear constraints, *Psychometrika*, 55, 633-639.

Chessel D., Mercier P. (1993). Couplage de triplets statistiques et liaisons espèces-environnement, *Biométrie et Environnement,* J.D. Lebreton and B. Asselain editions.

Martens H., Anderssen E., Flatberg A., Gidskehaug L.H., Hoy M., Westad F., Thybo A., Martens M. (2005). Regression of a data matrix on descriptors of both its rows and of its columns via latent variables: L-PLSR, *Computational Statistics & Data Analysis*, **48**, 103-123.

Parasuraman A., Zeithaml V. and Berry L. (1985). A conceptual model of service quality and its implications for future research, *Journal of Marketing*, **49**, 41-50.

Rao C.R. (1973). *Linear Statistical Inference and Its Application*, Wiley, New York.

Takane Y., Shibayama T. (1991). Principal Component Analysis with External Information on both subjects and variables, *Psychometrika*, **56**, 97-120.

Wold, H. (1966). Estimation of principal components and related models by iterative least squares. In P.R. Krishnaiah (Eds.) *Multivariate Analysis*. Academic Press, New York.

Yanay H., Takane Y., (1992). Canonical Correlation Analysis with Linear Constraints. *Linear algebra and its applications*, 176, 75-89.