Statistica & Applicazioni
Vol. III, n. speciale 1, 2005
pp. 53-60

Approccio affidabilistico alla valutazione della qualità dei servizi sanitari

Elio Chiodo[§]

Sergio Scippacercola[‡]

Summary: We define the activities of the sanitary services as "the activities performed by technological and not technological components". In this paper, we study the relation between the technological components quality and the service quality. By using a probabilistic approach, we propose a stochastic index to relate the technological components reliability to the sanitary services quality. Finally, the index is evaluated by means of a Bayesian method shown on a Monte Carlo application.

Keywords: *affidabilità, qualità, sistema sanitari, stima Bayesiana, tasso di guasto.*

1. Introduzione

L'obiettivo del lavoro è di proporre degli *indici di qualità* in grado di esprimere sinteticamente, ma in maniera il più possibile completa, il grado di conformità di un sistema sanitario alle esigenze o aspettative del gestore e/o dell'utente. La ricerca della qualità e dell'efficienza dovrebbe essere il criterio di riferimento di ogni organizzazione sanitaria. In particolare, la ricerca della qualità ed efficienza di sistemi complessi è funzione determinante sia delle caratteristiche delle varie parti, che delle interazioni tra queste (Zangrandi, 2004). L'azienda sanitaria - esaminata nei rapporti con il mondo esterno e le sue procedure e servizi, può essere utilmente analizzata secondo un *approccio sistemico*: un modello interpretativo sistemico diventa anche un approccio causale (Auxilia, et al., 2004). In tale ottica il Sistema sanitario può essere visto come un Sistema che riceve in *input* (Fig. 1) la popolazione richiedente uno dei possibili servizi sanitari

[§] Dipartimento di Ingegneria Elettrica – Università degli Studi di Napoli "Federico II" – via Claudio, 21, 80125 NAPOLI (e-mail: chiodo@unina.it).
[‡] Dipartimento di Matematica e Statistica – Università degli Studi di Napoli "Federico II" – via Cinthia, 80126 NAPOLI (e-mail: ss@unina.it).

(visite mediche, indagini strumentali, terapie, etc.), attiva il/i sottosistema/i opportuno/i fino a che la popolazione non ottiene il *risultato* (*output*) del processo (es. guarigione, diagnosi, fine della terapia, etc.).

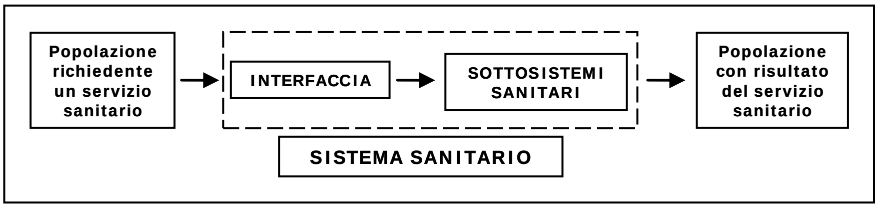

Figura 1. *Il Sistema sanitario e la popolazione richiedente un servizio*

Nel presente lavoro il Sistema sanitario è visto come un insieme di processi o sottosistemi (o servizi sanitari), ognuno da valutare sia per l'erogazione del servizio stesso che per la soddisfazione dell'utente. L'*affidabilità* di un sistema è definibile come l'attitudine del sistema a mantenersi in uno stato di buon funzionamento, anche in assenza di riparazioni o manutenzioni. Ogni sottosistema sanitario è realizzato mediante l'attività di risorse sia umane che tecnologiche, che si possono classificare in:

- componenti *tecnologici* (apparecchiature, strumenti diagnostici e di laboratorio, alimentazione elettrica, hardware, software, etc.);
- componenti *non tecnologici* (medici, paramedici, tecnici, etc.).

Nel successivo paragrafo viene messa in luce l'esigenza di associare tra loro i concetti di affidabilità dei sottosistemi sanitari e qualità del servizio erogato. Vengono proposti, nel terzo paragrafo, degli indici affidabilistici di qualità e di rischio. In particolare, dell'indice di rischio proposto si illustra – nel quarto paragrafo – una metodologia di stima bayesiana di cui viene mostrata numericamente l'efficienza.

2. Affidabilità e qualità del servizio

Mutuando metodologie proprie della teoria dell'affidabilità (Birolini, 2004; Martz e Waller, 1991; Mekker e Escobar, 1998) nel lavoro si propone un indice stocastico che tiene conto dell'*affidabilità* dei *componenti tecnologici* ai fini della valutazione di qualità di un *servizio*. Ad esempio, il guasto di un'apparecchiatura TAC (guasto la cui probabilità di verificarsi in un dato intervallo attiene all'*affidabilità* della macchina), oppure un "black out" elettrico, determinano l'aumento della probabilità che un utente subisca un'attesa eccessiva rispetto alle sue necessità (o aspettative): ciò va dunque a detrimento della *qualità* del servizio sanitario richiesto. Tali componenti interagiscono sia con quelli *non tecnologici* che con il sottosistema di "interfaccia" del sistema con l'utente, interfaccia che comprende, ad esempio, l'informazione sulla disponibilità delle strutture, i giorni di attesa per l'esecuzione di un processo, prima che l'utente vi acceda. Tale sottosistema di interfaccia si posiziona (Fig. 1) tra l'utenza ed i sottosistemi sanitari costituendo assieme a questi ultimi il Sistema sanitario. Mentre l'interazione dei componenti tecnologici con quelli non tecnologici (ad es., addetti ai macchinari) è evidente, quella con l'interfaccia appare complessa, ma sempre più importante, oggigiorno, ai fini della qualità del servizio sanitario. Ad esempio, se occorre un guasto ad una apparecchiatura diagnostica, l'utente può essere rapidamente indirizzato da un sistema di interfaccia efficiente ad utilizzare una apparecchiatura (o struttura) alternativa. Può accadere, viceversa, che, pure in assenza di malfunzionamenti, si abbia un'attesa eccessiva dovuta ad interruzione del servizio per inefficienza del sistema di interfaccia, ad esempio una coda, una errata segnalazione, ecc. In termini generali, il servizio sanitario è assicurato dal funzionamento di un sottosistema ed è perciò ovvio che gli aspetti di affidabilità del sottosistema condizionano i parametri di qualità del servizio. In questo lavoro ci si occupa solo della valutazione affidabilistica dei componenti tecnologici ai fini della definizione e stima degli indici di qualità. Per la stima si può fare ricorso a tecniche di inferenza statistica classiche o bayesiane che sono, a giudizio degli Autori, particolarmente indicate, stante l'enorme innovazione tecnologica richiesta nel settore, che implica una certa scarsezza di dati relativi all'affidabilità.

3. Indici affidabilistici di qualità e di rischio

Un indice di qualità deve consentire di valutare il grado di adeguatezza di un servizio sanitario alle richieste soggettive degli utenti. In accordo a metodologie affidabilistiche ben consolidate (Thompson, 1988), già utilizzate – ad esempio – nell'ambito dei sistemi di trasporto pubblico (ad es. in Battistelli et al., 1997), in ambito sanitario si può proporre un indice di qualità (Q) definito come la probabilità che un paziente subisca nel corso del servizio sanitario richiesto una attesa D - variabile aleatoria (v.a.), da intendere come "intervallo di tempo intercorrente dalla domanda fino all'espletamento di una data prestazione sanitaria" - di durata non superiore ad un valore massimo tollerabile d^* :

$$Q = P\,(D \le d^*) \tag{1}$$

Qui non si indaga sul valore di d^*, che può evidentemente avere sia un significato "soggettivo" (legato alle aspettative dello specifico utente, sulla base del suo stato di informazione, esperienza e necessità), sia uno "oggettivo", qualora ad esempio sia definito da apposite norme o specifiche. Peraltro, si ritiene che la metodologia qui presentata possa essere di ausilio nella scelta di valori opportuni di d^* (ovviamente dipendenti dalla specifica prestazione sanitaria richiesta: d^* sarà tanto minore quanto più urgente è la richiesta di un servizio). L'indice Q è una misura, su scala continua da 0 ad 1, di quanto un servizio possa essere considerato soddisfacente, in relazione ad una data prestazione sanitaria. Esso può essere valutato mediante un modello probabilistico in cui, tra le informazioni di ingresso, vi siano l'affidabilità dei macchinari che costituiscono la specifica prestazione del servizio sanitario richiesto. Il valore di d^* deve essere valutato con indagini presso l'utente per determinare le sue aspettative, e/o sulla base di opportune specifiche. Un metodo di calcolo di carattere generale di tale Q può essere il seguente: si supponga che il servizio possa trovarsi - in un determinato istante o intervallo di tempo - in m stati di guasto, indicati con E_j (j=1,.., m), incompatibili ed esaustivi. Nota la distribuzione di probabilità dell'attesa D in conseguenza di ogni stato E_j, ovvero la sua funzione di distribuzione cumulativa condizionata $G_j(d) = \mathrm{P}(D \leq d \mid E_j)$, Q del servizio sarà dato da:

$$Q = P(D \leq d^*) = \sum_{j=1}^{m} P\left(E_j\right) P\left(D \leq d^* \middle| E_j\right) = \sum_{j=1}^{m} P\left(E_j\right) G_j(d^*) \qquad (2)$$

Le probabilità degli stati E_j relativi ai componenti tecnologici del servizio in esame si ottengono mediante le affidabilità di tali componenti; per essi si stabilirà dunque un opportuno Q parziale, Q_j, pari al singolo termine *j-esimo* della sommatoria (2). La (2) stabilisce dunque un legame tra *affidabilità* e *qualità*. La precedente formulazione di Q non tiene evidentemente conto della "ripetibilità" nel tempo degli eventi di guasto; infatti essa presuppone che uno e uno solo degli eventi E_j si verifichi: sarà quindi applicabile per intervalli di tempo relativamente piccoli. A ciò si può ovviare mediante indici "dinamici", basati sul processo dei guasti utilizzando la teoria dei *Processi stocastici di rinnovo* (Thompson, 1988). Sulla base di tale approccio, è possibile individuare – per ogni generico componente tecnologico – una funzione di "rischio" (qui intesa come "riduzione della qualità"), funzione della generica attesa d, definita come: $R_k(d)$ = *frequenza media (a regime) delle attese – dovute ad uno stato di guasto – di durata superiore a d.* Si può dimostrare (Thompson, 1988) che essa è legata all'MTTF ("*Mean Time To Failure*", ossia durata media di funzionamento), μ_k, del k-esimo componente tecnologico dalla seguente relazione:

$$R_k(d) = [1 - G_k(d)]/\mu_k \qquad (3)$$

Nel caso in cui la durata di funzionamento abbia distribuzione esponenziale, caso riferito nel seguito, si può altresì introdurre il "Tasso di guasto" (TG) del componente (Birolini, 2004), z, costante nel tempo, dato dal reciproco dell'MTTF. In tale caso la frequenza di cui sopra è anch'essa costante nel tempo (quindi coincide con il valore "di regime"), e vale:

$$R_k(d) = [1 - G_k(d)] z_k \qquad (4)$$

Il reciproco (o altra funzione decrescente) di tale rapporto può essere considerato un altro Q del servizio, in quanto aumenta al diminuire della frequenza delle attese. Si noti che tale relazione tiene conto sia dell'MTTF, o del TG, ovvero dell'affidabilità del servizio, che della "durata" delle attese conseguenti al guasto. Tale approccio è semplicemente estendibile al sottosistema, nell'ottica di individuare un indice di rischio complessivo. Infatti, la frequenza complessiva delle attese dell'intero sottosistema è la somma delle frequenze relative ai diversi componenti, dunque l'indice di rischio del sottosistema sarà dato da:

$$R(d)=\Sigma_k \quad R_k(d) \quad = \quad \Sigma_k[1- \quad G_k(d)]z_k \tag{5}$$

con sommatoria estesa a tutti gli M componenti del sottosistema. Tale indice può essere utilizzato, accanto a quelli illustrati in precedenza, per definire, rispetto alla qualità del servizio, uno standard per le prestazioni del sottosistema. Dell'indice si è sviluppata una stima statistica bayesiana, i cui risultati - ottenuti sulla base di adeguate simulazioni - sono molto confortanti, come si mostra nel successivo paragrafo.

4. Applicazione numerica: metodologia bayesiana per la valutazione dell'indice di rischio

Nella presente applicazione si fa riferimento - per un determinato componente tecnologico - all'indice di rischio (R o RI, "*Risk Index*") precedentemente definito in termini del TG z del componente e della FDP (funzione di distribuzione cumulativa di probabilità) G(d) della v.a. D; dunque, facendo riferimento alla (4) in cui si omette il pedice k:

$$RI=R=z[1- G(d^*)]= z\gamma\,; \quad \gamma = P(D>d^*) \tag{6}$$

dove d^* è un valore di tempo di attesa prefissato. Ai fini della stima bayesiana del RI, i parametri incogniti saranno due (z e γ), per cui bisognerà adottare una a priori congiunta, $p(z,\ \gamma)$ di tali parametri, ed ottenere la relativa stima, R°, di R mediante la media a posteriori, in funzione dei dati campionari X:

$$R^\circ = E[R|X] = \int_o^\infty \int_o^\infty R(z,\gamma)\, p(z,\gamma \mid X)\, dz d\gamma \tag{7}$$

Nella (7), si è indicata la funzione di densità di probabilità (fdp) a posteriori congiunta come $p(z,\ \gamma \mid X)$. E' noto (Martz e Waller, 1991; Mekker e Escobar, 1998), che, nell'ipotesi di TG z costante, l'analisi bayesiana su tale parametro può essere vantaggiosamente ottenuta – per un campionamento basato sui tempi di funzionamento Esponenziali - mediante una fdp "coniugata", $p(z)$, di tipo "Gamma", ovvero:

$$p(z) = \frac{z^{(\nu-1)}}{\delta^{\nu}\Gamma(\nu)}\exp(-z/\delta), \quad z > 0 \tag{8}$$

dove (ν,δ) sono parametri positivi, rispettivamente di forma e scala, caratteristici della distribuzione. Per la probabilità γ, immaginando un campionamento di tipo Bernoulliano (ossia osservando il numero di eventi in cui il valore di d* viene superato dalla v.a. D), la fdp "coniugata", $q(\gamma)$, risulta essere la densità Beta:

$$q(\gamma) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)}\gamma^{(r-1)}(1-\gamma)^{(s-1)}, \; 0 < \gamma < 1 \tag{9}$$

Ipotizzando l'indipendenza a priori delle due v.a., la fdp congiunta a priori sarà data dal prodotto delle due fdp sopra riportate; sotto opportune ipotesi (Johnson et al., 1994), il RI: R = $z\gamma$ risulta ancora di tipo Gamma (o approssimabile come tale). Le fdp di cui alle (8) e (9) utilizzate nella presente applicazione sono rispettivamente in Fig. 2 e 3.

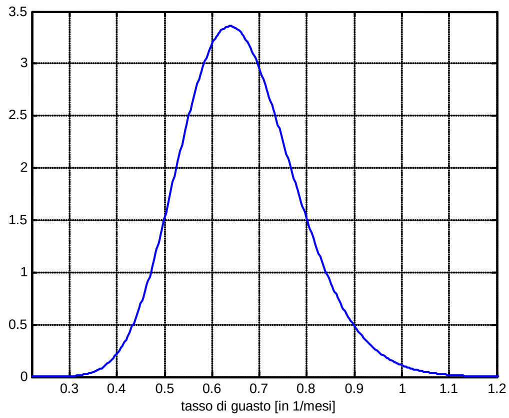

Figura 2. *fdp a priori del TG, z.*

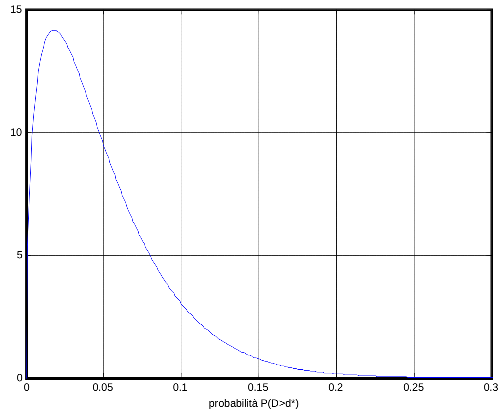

Figura 3. *fdp a priori di γ.*

Per il TG, in (1/mesi) si è ipotizzata una *a priori* (8) con (ν=30, δ = 0.022), corrispondenti ad una media di 0.66/mese, e una deviazione standard (d.s.) pari a 0.120. Per la probabilità γ, si è ipotizzata una *a priori* (9) con r = 1.5, s = 28.5, corrispondenti ad una media di 0.050, e una d.s. pari a 0.039. Tralasciando per brevità i dettagli analitici circa la formulazione delle stime bayesiane (Mekker et al., 1988), si riportano, in Tab. 1, i risultati da campioni simulati (sulla base delle fdp a priori sopra descritte) relative alla efficienza degli stimatori sia Bayesiano che di Massima Verosimiglianza (MV); tale efficienza è valutata mediante lo RMSE (*Root mean square error*) dello stimatore, definito - per uno stimatore $\zeta°$ del parametro ζ - da: $RMSE = \sqrt{\mathrm{E}[(\zeta° - \zeta)^2]}$. In pratica, non essendo ottenibile analiticamente, RMSE è valutato mediante la stima campionaria, su N=10^4 campioni simulati. In ogni simulazione, si è tenuta fissa la dimensione campionaria *n*. Il suffisso B indica le stime Bayesiane, quello V le stime MV. In particolare, per quantificare le prestazioni relative delle stime Bayesiane, si è valutata l'efficienza relativa rispetto a quella MV: *REFF= RMSEL/RMSEB,* tanto maggiore di 1 quanto più efficiente è la stima Bayesiana. In Tab. 1 valori di *RMSEB, RMSEV, REFF* sono riportati nelle ultime tre colonne al variare di *n*, mentre nelle prime colonne sono riportati alcuni valori medi descrittivi sia dei valori simulati che di quelli stimati dell'RI, definiti nella legenda.

Tabella 1. *Efficienza delle stime bayesiane e confronto con stime MV: stime da campioni simulati*

n	*MRI*	*MRIB*	*MRIV*	*RMSEB*	*RMSEV*	*REFF*
3	0.0332	0.0331	0.0511	**0.0254**	0.1992	**7.829**
5	0.0328	0.0330	0.0413	**0.0248**	0.0981	**3.952**
15	0.0332	0.0329	0.0354	**0.0218**	0.0435	**1.999**

***Legenda**: n= dimensione campionaria; MRI = media campionaria del RI (Risk Index) simulato; MRIB = media campionaria della stima bayesiana del RI simulato; MRIV = media campionaria della stima di Massima Verosimiglianza del RI simulato; RMSEB = RMSE della stima bayesiana; RMSEV = RMSE della stima di Massima Verosimiglianza; REFF=RMSEL/RMSEB.*

Come si nota dai risultati riportati (si vedano in particolare quelli in grassetto), la procedura bayesiana proposta risulta molto efficiente, sia in termini "assoluti" (valori di RMSEB contenuti) che in relazione a quella MV (valori di REFF sempre maggiori di 1), in particolare per campioni di piccola taglia; quest'ultima caratteristica - tipica della stima bayesiana - è estremamente utile per il tipo di applicazione considerato, in virtù della elevata affidabilità dei componenti (e la conseguente scarsezza dei dati di guasto). I vantaggi della stima bayesiana nel campo dell'affidabilità, sempre più evidenziata in letteratura (Mekker et al., 1988) la rendono adeguata dunque anche ai fini della valutazione della qualità.

5. Conclusioni

Ai fini della valutazione di servizi offerti da strutture sanitarie, nel presente lavoro si dà risalto al concetto di qualità inteso in termini di "puntualità" del servizio in relazione alle aspettative dell'utente del servizio, esaminando un aspetto che allo stato appare alquanto trascurato, ovverosia il legame tra la qualità del servizio e i requisiti di affidabilità dei componenti tecnologici, sintetizzato mediante un apposito indice di qualità Q. Viene dunque illustrata, mediante simulazioni numeriche, una metodologia statistica bayesiana ai fini della stima dell'indice di qualità; in particolare, si evidenzia come essa permetta di ottenere stime molto efficienti in presenza di numerosità campionarie ridotte, tipiche del campo di applicazione considerato.

Nota

Il lavoro è stato svolto nell'ambito del COFIN (Prot. 2004138719_005), Anno 2004, Coord. Prof. L. D'Ambra.

Riferimenti Bibliografici

Auxilia F., Mapelli V., Rossi C. (2004), Indicatori per la valutazione di strutture sanitarie: uno sguardo d'insieme, *Qualità e valutazione delle strutture sanitarie*, ETAS.

Battistelli L., Chiodo E., Gagliardi F., Pagano M. (1997), Indici di rischio nell'analisi e nel progetto di sistemi di trasporto ferroviari, *Atti della 97a riunione AEI*, Milano, pp. 231-236.

Birolini A. (2004), *Reliability Engineering: Theory and Practice,* Springer Verlag, Berlin.

Johnson N.L., Kotz S., Balakrishnan N. (1994), *Continuous Univariate Distributions*, voll. 1 and 2, J. Wiley.

Martz H. F., Waller R. A. (1991), *Bayesian Reliability Analysis*, Krieger Publishing, Malabar.

Mekker W. Q., Escobar L. A. (1998), *Statistical Methods for Reliability Data*, J. Wiley.

Press S. J. (2002), *Subjective and Objective Bayesian Statistics: Principles, Models, and Applications*, II.a ed., J. Wiley

Thompson W. A. (1988), *Point Process Models with Applications to Safety and Reliability*, Chapman and Hall, London.

Zangrandi A. (2004), La gestione delle aziende sanitarie: alla ricerca di qualità ed efficienza (con particolare riferimento alle organizzazioni pubbliche), *Qualità e valutazione delle strutture sanitarie*, ETAS.