

ANALISI D'OPERE

ABRAHAM A. FRAENKEL, *Abstract set Theory*.
Un volume di pp. VIII-295. Second
completely revised edition, Amsterdam,
North-Holland Publishing Company, 1961.

In calce alla prefazione l'A. ha cura di far notare che la seconda edizione di questa sua opera compare 40 anni dopo la prima edizione della « *Einleitung in die Mengenlehre* » di Cantor. È questo un modo discreto per metter in evidenza la importanza delle idee cantoriane: invero si può forse non condividere la opinione di H. Weyl, che la Matematica sia la scienza dell'infinito, ma è certo che la teoria degli insiemi (è questa la espressione italiana con cui si suole tradurre nella letteratura matematica la espressione inglese « *Set theory* » e la tedesca « *Mengenlehre* ») ha una rilevanza tale che senza di essa non si avrebbe la Matematica moderna. Ancora oggi, sopite le polemiche che salutarono la comparsa della teoria, non si può non ammirare la eleganza e la arditezza delle idee di Cantor sull'infinito matematico; ed il principiante non può non rimanere colpito dall'aspetto paradossale di molti risultati. Aspetto paradossale che aveva colpito all'inizio lo stesso Cantor il quale era giunto a scrivere « *Je le vois, mais je ne le crois pas* » a proposito del teorema che dimostra essere il quadrato un insieme di punti della stessa potenza del lato.

A conferma della importanza della teoria ricordiamo qui, tra i tanti, il giudizio di D. Hilbert, che la considerava come il fondamento della Analisi matematica: infatti dopo di aver parlato delle questioni che riguardano le dimostrazioni dell'Aritmetica, osserva: « *Ganz anders steht es damit in der Analysis (Infinitesimalrechnung); hier gehört die nichtfiniten Art der Begriffsbildung und der Beweisführung geradezu zur Methode der Theorie* »¹.

Ed in altra occasione lo stesso Hilbert parlava della teoria degli insiemi come del « *paradiso di Cantor, dal quale nessuno ci caccierà* ».

Tra le questioni logiche direttamente collegate con la teoria degli insiemi ricordiamo qui il cosiddetto « *Assioma di Zermelo* » (enunciato nella presente opera come « *Assioma della moltiplicazione* »), le questioni che riguardano la definizione degli enti della Mate-

¹ HILBERT U. BERNAYS, *Grundlagen der Mathematik*, Berlin 1934, Bd. 1, § 2 (La sottolineatura è mia).

matica ed il significato della loro esistenza; ed a questo proposito è interessante ricordare le idee dello stesso Cantor, espresse dal motto: « *Neque enim leges intellectui aut rebus damus ad arbitrium nostrum, sed tamquam scribae fideles ab ipsius naturae voce latas et prolatas excipimus et prescribimus* ».

Il volume di Fraenkel è scritto in modo da essere leggibile anche dal lettore non specialista, purchè si dia la pena di superare le difficoltà presentate dalle poche notazioni convenzionali e dai pochi sviluppi formali. La trattazione tuttavia non manca di rigore, perchè è fatta con metodo strettamente assiomatico; ma le dimostrazioni sono svolte facendo ricorso al linguaggio comune e non al formalismo della logica matematica; per una trattazione cosiffatta, come per la presentazione di altre assiomatizzazioni e la discussione completa delle antinomie viene fatto esplicito riferimento all'opera di Fraenkel e Bar-Hillel: « *Foundations of set theory* ».

In particolare nell'opera presente la prima parte è dedicata ai concetti fondamentali, alla presentazione delle principali questioni matematiche ed alla trattazione degli esempi più comuni. La seconda parte è dedicata ai cardinali transfiniti, la terza agli ordinali transfiniti, agli aleph ed ai tipi d'ordine.

In poche parole si potrebbe dire che l'opera di Fraenkel rappresenta ormai un « *classico* » nella letteratura matematica, di particolare utilità per chi voglia rendersi conto dei problemi, della mentalità e dei metodi della Matematica moderna.

CARLO FELICE MANARA

UMBERTO A. PADOVANI, *Filosofia e morale*.
Un volume di pp. 295. Editrice Antenore,
Padova, 1960.

Il Padovani raccoglie sotto il titolo di *Filosofia e morale* quindici suoi saggi scritti in epoche e luoghi diversi, ma rappresentanti, come dice lo stesso Autore, un'unità speculativa. Anche i saggi di carattere storico (*Cartesio, Machiavelli e la politica, Il significato morale della rivoluzione francese, Il liberalismo come naturalismo, Egoismo umano e democrazia liberale, Martinetti maestro nei ricordi di un discepolo*) contengono continui riferimenti al pensiero esposto nei saggi teoretici (*Il problema della morale, Posizione del problema della morale, Per la soluzione del problema*